31-01 3次行列式の線形性

問 3 次行列式は各列ベクトルに対して線形性を持つ．$\mathbb{R}^3$ の基本ベクトル $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ とある $\boldsymbol{b}, \boldsymbol{c} \in \mathbb{R}^3$ に対し，

$$|\boldsymbol{e}_1 \ \boldsymbol{b} \ \boldsymbol{c}| = 2, \ |\boldsymbol{e}_2 \ \boldsymbol{b} \ \boldsymbol{c}| = -1, \ |\boldsymbol{e}_3 \ \boldsymbol{b} \ \boldsymbol{c}| = 3$$

であるとき，$\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ に対して，$\|\boldsymbol{a} \ \boldsymbol{b} \ \boldsymbol{c}\|$ を求めよ．

○ a．10 ○ b．11 ○ c．12 ○ d．13

○ e．-36 ○ f．24 ○ g．-24 ○ h．-36

○ i．この中に答はない

31-01 3次行列式の線形性

問 3 次行列式は各列ベクトルに対して線形性を持つ．$\mathbb{R}^3$ の基本ベクトル $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ とある $\boldsymbol{b}, \boldsymbol{c} \in \mathbb{R}^3$ に対し，

$$|\boldsymbol{e}_1\ \boldsymbol{b}\ \boldsymbol{c}| = 2,\ |\boldsymbol{e}_2\ \boldsymbol{b}\ \boldsymbol{c}| = -1,\ |\boldsymbol{e}_3\ \boldsymbol{b}\ \boldsymbol{c}| = 3$$

であるとき，$\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ に対して，$\| \boldsymbol{a}\ \boldsymbol{b}\ \boldsymbol{c} \|$ を求めよ．

- ○ a. 10
- ● b. 11
- ○ c. 12
- ○ d. 13
- ○ e. -36
- ○ f. 24
- ○ g. -24
- ○ h. -36
- ○ i. この中に答はない

31-02 3次行列式の交代性

問 $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 7 & 4 & 6 \\ 8 & 9 & 1 \end{vmatrix} = t$ とおく．以下の行列式で t と等しいものをすべて選びなさい．

○ a. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 8 & 9 & 1 \\ 7 & 4 & 6 \end{vmatrix}$

○ b. $\begin{vmatrix} 8 & 9 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \\ 7 & 4 & 6 \end{vmatrix}$

○ c. $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 7 & 6 & 4 \\ 8 & 1 & 9 \end{vmatrix}$

○ d. $\begin{vmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 4 & 6 & 7 \\ 9 & 1 & 8 \end{vmatrix}$

○ e. $\begin{vmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 9 & 1 & 8 \\ 4 & 6 & 7 \end{vmatrix}$

○ f. $\begin{vmatrix} 9 & 1 & 8 \\ 4 & 6 & 7 \\ 3 & 5 & 2 \end{vmatrix}$

31-02 3次行列式の交代性

問 $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 7 & 4 & 6 \\ 8 & 9 & 1 \end{vmatrix} = t$ とおく．以下の行列式で t と等しいものをすべて選びなさい．

○ a. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 8 & 9 & 1 \\ 7 & 4 & 6 \end{vmatrix}$

● b. $\begin{vmatrix} 8 & 9 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \\ 7 & 4 & 6 \end{vmatrix}$

○ c. $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 7 & 6 & 4 \\ 8 & 1 & 9 \end{vmatrix}$

● d. $\begin{vmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 4 & 6 & 7 \\ 9 & 1 & 8 \end{vmatrix}$

○ e. $\begin{vmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 9 & 1 & 8 \\ 4 & 6 & 7 \end{vmatrix}$

● f. $\begin{vmatrix} 9 & 1 & 8 \\ 4 & 6 & 7 \\ 3 & 5 & 2 \end{vmatrix}$

31-03 3次行列式の退化性

問 以下の 3 次行列式のうち, 0 になるものを 1 つあげなさい. (複数ある場合もあるが 1 つ選べばよい).

○ a. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{vmatrix}$

○ b. $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 9 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix}$

○ c. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{vmatrix}$

○ d. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 7 & 10 \end{vmatrix}$

○ e. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & 5 & 5 \\ 3 & 3 & 3 \end{vmatrix}$

○ f. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$

31-03 3次行列式の退化性

問 以下の 3 次行列式のうち, 0 になるものを 1 つあげなさい. (複数ある場合もあるが 1 つ選べばよい).

○ a. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{vmatrix}$

○ b. $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 9 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix}$

○ c. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{vmatrix}$

● d. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 7 & 10 \end{vmatrix}$

○ e. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & 5 & 5 \\ 3 & 3 & 3 \end{vmatrix}$

● f. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$

31-04 3次行列式の性質(総合)

問 3 次正方行列 A の第 j 列ベクトルを $\boldsymbol{a}_j$，第 i 行ベクトルを $\boldsymbol{a}^i$ とする．$|A| = t$ のとき，次の各行列式は各々 t の何倍か？ 正しい組み合わせを答えよ．

$$\begin{vmatrix} \boldsymbol{a}^1 \\ 2\boldsymbol{a}^2 \\ 3\boldsymbol{a}^3 \end{vmatrix}, \qquad \begin{vmatrix} \boldsymbol{a}_2 & \boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_3 & 3\boldsymbol{a}_3 \end{vmatrix}, \qquad \begin{vmatrix} 2\boldsymbol{a}_3 & -\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2 & 2\boldsymbol{a}_2 + 3\boldsymbol{a}_3 \end{vmatrix}$$

○ a. -6,　6,　-4

○ b. 6,　-3,　-4

○ c. -6　-3　-4

○ d. 4　6　-6

○ e. 6　2　6

○ f. 2　4　4

31-04 3次行列式の性質(総合)

問 3 次正方行列 A の第 j 列ベクトルを $\boldsymbol{a}_j$，第 i 行ベクトルを $\boldsymbol{a}^i$ とする．$|A| = t$ のとき，次の各行列式は各々 t の何倍か？ 正しい組み合わせを答えよ．

$$\begin{vmatrix} \boldsymbol{a}^1 \\ 2\boldsymbol{a}^2 \\ 3\boldsymbol{a}^3 \end{vmatrix}, \qquad \begin{vmatrix} \boldsymbol{a}_2 & \boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_3 & 3\boldsymbol{a}_3 \end{vmatrix}, \qquad \begin{vmatrix} 2\boldsymbol{a}_3 & -\boldsymbol{a}_1 + 2\boldsymbol{a}_2 & 2\boldsymbol{a}_2 + 3\boldsymbol{a}_3 \end{vmatrix}$$

○ a. -6, 6, -4

● b. 6, -3, -4

○ c. -6 -3 -4

○ d. 4 6 -6

○ e. 6 2 6

○ f. 2 4 4

31-05 3次行列式の形

問 以下の 3 次行列式に対するサラスの式として正しいものを選べ.

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 7 & 11 & 13 \\ 4 & 9 & 8 \end{vmatrix}$$

○ a. $2\cdot 11\cdot 8 + 5\cdot 7\cdot 9 + 3\cdot 13\cdot 4 + 5\cdot 11\cdot 4 + 3\cdot 7\cdot 8 + 2\cdot 13\cdot 9$

○ b. $2\cdot 11\cdot 8 + 5\cdot 7\cdot 9 + 3\cdot 13\cdot 4 - 5\cdot 11\cdot 4 - 3\cdot 7\cdot 8 - 2\cdot 13\cdot 9$

○ c. $5\cdot 11\cdot 4 + 3\cdot 7\cdot 8 + 2\cdot 13\cdot 9 - 2\cdot 11\cdot 8 - 5\cdot 7\cdot 9 - 3\cdot 13\cdot 4$

○ d. $2\cdot 11\cdot 8 - 5\cdot 7\cdot 9 - 3\cdot 13\cdot 4 - 5\cdot 11\cdot 4 + 3\cdot 7\cdot 8 + 2\cdot 13\cdot 9$

○ e. $2\cdot 11\cdot 8 + 5\cdot 7\cdot 9 - 3\cdot 13\cdot 4 - 5\cdot 11\cdot 4 + 3\cdot 7\cdot 8 - 2\cdot 13\cdot 9$

○ f. $2\cdot 11\cdot 8 - 5\cdot 11\cdot 4$

31-05 3次行列式の形

問 以下の 3 次行列式に対するサラスの式として正しいものを選べ.

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 7 & 11 & 13 \\ 4 & 9 & 8 \end{vmatrix}$$

○ a. $2\cdot 11\cdot 8 + 5\cdot 7\cdot 9 + 3\cdot 13\cdot 4 + 5\cdot 11\cdot 4 + 3\cdot 7\cdot 8 + 2\cdot 13\cdot 9$

● b. $2\cdot 11\cdot 8 + 5\cdot 7\cdot 9 + 3\cdot 13\cdot 4 - 5\cdot 11\cdot 4 - 3\cdot 7\cdot 8 - 2\cdot 13\cdot 9$

○ c. $5\cdot 11\cdot 4 + 3\cdot 7\cdot 8 + 2\cdot 13\cdot 9 - 2\cdot 11\cdot 8 - 5\cdot 7\cdot 9 - 3\cdot 13\cdot 4$

○ d. $2\cdot 11\cdot 8 - 5\cdot 7\cdot 9 - 3\cdot 13\cdot 4 - 5\cdot 11\cdot 4 + 3\cdot 7\cdot 8 + 2\cdot 13\cdot 9$

○ e. $2\cdot 11\cdot 8 + 5\cdot 7\cdot 9 - 3\cdot 13\cdot 4 - 5\cdot 11\cdot 4 + 3\cdot 7\cdot 8 - 2\cdot 13\cdot 9$

○ f. $2\cdot 11\cdot 8 - 5\cdot 11\cdot 4$

31-06 3次行列式の余因子

$$\begin{vmatrix} a & * & * \\ 0 & p & q \\ 0 & r & s \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & 0 & 0 \\ * & p & q \\ * & r & s \end{vmatrix} = a \begin{vmatrix} p & q \\ r & s \end{vmatrix}$$ と行または列についての交代性を用いると,

$$\begin{vmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 7 \\ 0 & 8 & 3 \end{vmatrix} = \pm\ 2 \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 8 & 3 \end{vmatrix}$$ となる. この符号 $\pm$ を答えよ.

31-06 3次行列式の余因子

$\begin{vmatrix} a & * & * \\ 0 & p & q \\ 0 & r & s \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & 0 & 0 \\ * & p & q \\ * & r & s \end{vmatrix} = a \begin{vmatrix} p & q \\ r & s \end{vmatrix}$ と行または列についての交代性を用いると，

$\begin{vmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 7 \\ 0 & 8 & 3 \end{vmatrix} = \pm\ 2 \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 8 & 3 \end{vmatrix}$ となる．この符号 $\pm$ を答えよ．

解 1 回の行の入れかえでよいから，-1 である

31-07 3次行列式の余因子展開

問 行列式 $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 7 \\ 5 & 9 & 1 \\ 8 & 4 & 6 \end{vmatrix}$ を第 2 行に関して展開した式として正しいものを選びなさい.

○ a. $-5\begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} - 9\begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 8 & 6 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 8 & 4 \end{vmatrix}$

○ b. $-2\begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 8 & 6 \end{vmatrix} + 9\begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 8 & 6 \end{vmatrix} - 4\begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}$

○ c. $-5\begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} + 9\begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 8 & 6 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 8 & 4 \end{vmatrix}$

○ d. $-5\begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} + 9\begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 8 & 6 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 8 & 4 \end{vmatrix}$

○ e. $5\begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} + 9\begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 8 & 6 \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 8 & 4 \end{vmatrix}$

○ f. $2\begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 8 & 6 \end{vmatrix} + 9\begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 8 & 6 \end{vmatrix} + 4\begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}$

31-07 $\boxed{\text{3次行列式の余因子展開}}$

$\boxed{\text{問}}$ 行列式 $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 7 \\ 5 & 9 & 1 \\ 8 & 4 & 6 \end{vmatrix}$ を第 2 行に関して展開した式として正しいものを選びなさい.

- ○ a. $-5\begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} - 9\begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 8 & 6 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 8 & 4 \end{vmatrix}$
- ○ b. $-2\begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 8 & 6 \end{vmatrix} + 9\begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 8 & 6 \end{vmatrix} - 4\begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}$
- ● c. $-5\begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} + 9\begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 8 & 6 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 8 & 4 \end{vmatrix}$
- ○ d. $-5\begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} + 9\begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 8 & 6 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 8 & 4 \end{vmatrix}$
- ○ e. $5\begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} + 9\begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 8 & 6 \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 8 & 4 \end{vmatrix}$
- ○ f. $2\begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 8 & 6 \end{vmatrix} + 9\begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 8 & 6 \end{vmatrix} + 4\begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}$