

## 06-01 3点で定まる平面のパラメータ表示

問 3点  $A(1, 0, -1)$ ,  $B(3, 1, -1)$ ,  $C(6, 1, 1)$  を通る平面のパラメータ表示として正しいものをすべて選べ. ただし,  $s, t \in \mathbb{R}$  を動く

$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$         $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$         $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

## 06-01 3点で定まる平面のパラメータ表示

問 3点  $A(1, 0, -1)$ ,  $B(3, 1, -1)$ ,  $C(6, 1, 1)$  を通る平面のパラメータ表示として正しいものをすべて選べ. ただし,  $s, t \in \mathbb{R}$  を動く

- $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$     ○  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$     ●  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

## 06-01 3点で定まる平面のパラメータ表示

問 3点  $A(1, 0, -1)$ ,  $B(3, 1, -1)$ ,  $C(6, 1, 1)$  を通る平面のパラメータ表示として正しいものをすべて選べ. ただし,  $s, t \in \mathbb{R}$  を動く

- $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$    ○  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$    ●  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

解 平面のパラメータ表示:  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = p + su + tv$

例: 3点  $A, B, C$  を通る平面  $\Rightarrow$  e.g.  $p = \overrightarrow{OA}$ ,  $u = \overrightarrow{AB}$ ,  $v = \overrightarrow{AC}$

## 06-01 3点で定まる平面のパラメータ表示

問 3点  $A(1, 0, -1)$ ,  $B(3, 1, -1)$ ,  $C(6, 1, 1)$  を通る平面のパラメータ表示として正しいものをすべて選べ. ただし,  $s, t \in \mathbb{R}$  を動く

- $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$     ○  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$     ●  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

解 平面のパラメータ表示:  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = p + su + tv$

例: 3点  $A, B, C$  を通る平面  $\Rightarrow$  e.g.  $p = \vec{OA}$ ,  $u = \vec{AB}$ ,  $v = \vec{AC}$

ダメなパラメータ表示の例:

・  $\vec{OA} + s\vec{OB} + t\vec{OC} \leftarrow$   $OB, OC$  は平面が原点を通らない限り平面に平行ではない

・  $\vec{OA} + s\vec{u} + t\vec{ku} \leftarrow$   $u, v$  が平行 or  $u = \mathbf{0}$  or  $v = 0$  は NG

## 06-02 パラメータ表示で与えられた平面上の点

問 空間における平面がパラメータ表示

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, (s, t \in \mathbb{R})$$

を持つという。この平面上にある点 (の位置ベクトル) をすべて選びなさい。

- 点  $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$
- 点  $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$
- 点  $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$
- 点  $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$
- 点  $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$
- 点  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

## 06-02 パラメータ表示で与えられた平面上の点

問 空間における平面がパラメータ表示

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, (s, t \in \mathbb{R})$$

を持つという。この平面上にある点 (の位置ベクトル) をすべて選びなさい。

- |   |   |  |
|---|---|--|
| ● 点 $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ | ○ 点 $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$   | ○ 点 $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ |
| ● 点 $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ | ● 点 $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$ | ○ 点 $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  |

## 06-02 パラメータ表示で与えられた平面上の点

問 空間における平面がパラメータ表示

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, (s, t \in \mathbb{R})$$

を持つという。この平面上にある点 (の位置ベクトル) をすべて選びなさい。

- 点  $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$
- 点  $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$
- 点  $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$
- 点  $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$
- 点  $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$
- 点  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

平面のパラメータ表示：2つのパラメータに実数値を入れることで平面上のすべての点が表わされるような表示式のことである。

## 06-02 パラメータ表示で与えられた平面上の点

問 空間における平面がパラメータ表示

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, (s, t \in \mathbb{R})$$

を持つという。この平面上にある点 (の位置ベクトル) をすべて選びなさい。

- 点  $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \stackrel{(s, t)}{=} (0, 0)$       ○ 点  $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$       ○ 点  $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$
- 点  $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \stackrel{(s, t)}{=} (1, 0)$       ● 点  $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} \stackrel{(s, t)}{=} (0, -1)$       ○ 点  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

平面のパラメータ表示：2つのパラメータに実数値を入れることで平面上の**すべての点**が表わされるような表示式のことである。



## 06-02 パラメータ表示で与えられた平面上の点

問 空間における平面がパラメータ表示

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, (s, t \in \mathbb{R})$$

を持つという。この平面上にある点 (の位置ベクトル) をすべて選びなさい。

- 点  $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \stackrel{(s, t)}{=} (0, 0)$       ○ 点  $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$       ○ 点  $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$
- 点  $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \stackrel{(s, t)}{=} (1, 0)$       ● 点  $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} \stackrel{(s, t)}{=} (0, -1)$       ○ 点  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

平面のパラメータ表示：2つのパラメータに実数値を入れることで平面上の**すべての点**が表わされるような表示式のことである。

※ 他は  $s, t$  についての解を持たない

## 06-03 パラメータ表示と平面上の領域(区間)

問 三点  $A(1, 2, -4)$ ,  $B(3, 6, 2)$ ,  $C(4, -1, 5)$  の周、および内部にある点をすべて選びなさい。

点  $(\frac{15}{4}, 0, \frac{17}{4})$

点  $(2, 7, -1)$

点  $(4, 2, 5)$

点  $(2, \frac{5}{2}, -1)$

点  $(\frac{0}{-3}, \frac{7}{7})$

点  $(\frac{4}{1}, \frac{2}{5})$

## 06-03 パラメータ表示と平面上の領域(区間)

問 三点  $A(1, 2, -4)$ ,  $B(3, 6, 2)$ ,  $C(4, -1, 5)$  の周、および内部にある点をすべて選びなさい。

○ 点  $(\frac{15}{4}, 0, \frac{17}{4})$

● 点  $(2, 7, -1)$

○ 点  $(4, 2, 5)$

● 点  $(2, \frac{5}{2}, -1)$

○ 点  $(\frac{0}{-3}, \frac{7}{7})$

● 点  $(\frac{4}{1}, \frac{2}{5})$

## 06-03 パラメータ表示と平面上の領域(区間)

問 三点  $A(1, 2, -4)$ ,  $B(3, 6, 2)$ ,  $C(4, -1, 5)$  の周、および内部にある点をすべて選びなさい。

○ 点  $(\frac{15}{4}, 0, \frac{17}{4})$

● 点  $(2, 7, -1)$

○ 点  $(4, 2, 5)$

● 点  $(2, \frac{5}{2}, -1)$

○ 点  $(\frac{0}{-3}, \frac{7}{7})$

● 点  $(\frac{4}{1/2}, \frac{5}{5})$

$x(s, t) = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}$  等と置いて  $s, t$  について解を持つか調べればよい。

## 06-04 平面(パラメータ表示)の法線ベクトル

問 パラメータ表示  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$  を持つ平面

に直交するベクトル(法線ベクトル) $n$ を次から選べ.

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -3 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

## 06-04 平面(パラメータ表示)の法線ベクトル

問 パラメータ表示  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$  を持つ平面

に直交するベクトル(法線ベクトル) $n$  を次から選べ.

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -3 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

## 06-04 平面(パラメータ表示)の法線ベクトル

問 パラメータ表示  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$  を持つ平面

に直交するベクトル(法線ベクトル) $n$  を次から選べ.

- $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$                       ○  $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$                       ●  $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$                       ●  $\begin{pmatrix} -3 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix}$                       ○  $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  と  $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$  の両方に直交するベクトルを選ばよ.

2つの平行でない空間ベクトルに直交するベクトルは1方向しかないと注意する.

## 06-04 平面(パラメータ表示)の法線ベクトル

問 パラメータ表示  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$  を持つ平面に直交するベクトル(法線ベクトル) $\mathbf{n}$ を1つ答えなさい.

$$\mathbf{n} = \begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix}$$



## 06-04 平面(パラメータ表示)の法線ベクトル

問 パラメータ表示  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$  を持つ平面に直交するベクトル(法線ベクトル) $n$ を1つ答えなさい.

$$n = \begin{pmatrix} \boxed{3} \\ \boxed{4} \\ \boxed{-6} \end{pmatrix}$$

## 06-04 平面(パラメータ表示)の法線ベクトル

問 パラメータ表示  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$  を持つ平面に直交するベクトル(法線ベクトル) $n$ を1つ答えなさい.

解  $n = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix}$  とおく.

直交条件から,

$$2p + r = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$2p + 3q + 3r = 0 \cdots \textcircled{2}$$

① から  $r = -2p$ . ② に代入して,  $3q = 4p$   
 $p = 3$  とすると,  $q = 4$ ,  $r = -6$  となる.

$$n = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix}$$

## 06-04 平面(パラメータ表示)の法線ベクトル

問 パラメータ表示  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$  を持つ平面に直交するベクトル(法線ベクトル) $n$ を1つ答えなさい。

解  $n = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix}$  とおく。

直交条件から,

$$2p + r = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$2p + 3q + 3r = 0 \cdots \textcircled{2}$$

① から  $r = -2p$ . ② に代入して,  $3q = 4p$

$p = 3$  とすると,  $q = 4$ ,  $r = -6$  となる。

※ 法線ベクトルは定数倍を除いて定まるので,  $p, q, r$  のうち 0 にならないものを適当に定めれば 1 つ来まることになる。

※ 連立 1 次方程式で登場する解のパラメータ表示を用いると正確に表現できる。

$$n = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix}$$

## 06-05 法線ベクトルと平面のパラメータ表示

問 法線ベクトル  $n = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$  を持つ平面のパラメータ表示として適切なものをすべて選びなさい.

## 06-05 法線ベクトルと平面のパラメータ表示

問 法線ベクトル  $n = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$  を持つ平面のパラメータ表示として適切なものをすべて選びなさい.

## 06-05 法線ベクトルと平面のパラメータ表示

問 法線ベクトル  $n = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$  を持つ平面のパラメータ表示として適切なものをすべて選びなさい.

## 06-06 3点を通る平面の方程式

**問** 3点  $A(0, -1, -1), B(2, -1, 0), C(2, 2, 2)$  を通る平面の方程式を次からすべて選べ.

$3x + 5y - 6z = 1$

$6x + 8y - 12z = 4$

$3x + 4y - 6z - 2 = 0$

$-3x - 4y + 6z = 2$

$3x - 2y - 6z = 4$

$-9x - 12y + 18z = -6$

## 06-06 3点を通る平面の方程式

問 3点  $A(0, -1, -1), B(2, -1, 0), C(2, 2, 2)$  を通る平面の方程式を次からすべて選べ.

$3x + 5y - 6z = 1$

$6x + 8y - 12z = 4$

$3x + 4y - 6z - 2 = 0$

$-3x - 4y + 6z = 2$

$3x - 2y - 6z = 4$

$-9x - 12y + 18z = -6$



## 06-06 3点を通る平面の方程式

**問** 3点  $A(0, -1, -1), B(2, -1, 0), C(2, 2, 2)$  を通る平面の方程式を次からすべて選べ.

- $3x + 5y - 6z = 1$
- $6x + 8y - 12z = 4$
- $3x + 4y - 6z - 2 = 0$
- $-3x - 4y + 6z = 2$
- $3x - 2y - 6z = 4$
- $-9x - 12y + 18z = -6$

※ 実際に座標を代入して満たすことを確かめる.

※ すべて  $A, B$  を通るが,  $C$  が通らないものが混ざっている.

※ 正しい答は定数倍を除いて 1 つであることを注意



## 06-06 3点を通る平面の方程式

問 3点  $A(0, -1, -1), B(2, -1, 0), C(2, 2, 2)$  を通る平面の方程式を答えよ.

$$3x + 4y - 6z - 2 = 0$$

## 06-06 3点を通る平面の方程式

問 3点  $A(0, -1, -1), B(2, -1, 0), C(2, 2, 2)$  を通る平面の方程式を答えよ。

$$3x + 4y - 6z - 2 = 0$$

※  $\vec{AB}, \vec{AC}$  に直交することから法線ベクトル  $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix}$  を求める。

※  $(x_1, y_1, z_1)$  を通り、法線ベクトル  $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$  を持つ平面の方程式は内積の直交条件から

$$a(x - x_1) + b(y - y_1) + c(z - z_1) = 0$$

$$\text{i.e. } ax + by + cz = d, d = ax_1 + by_1 + cz_1$$

## 06-07 外積ベクトルの計算

問  $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$  の外積ベクトルを求めよ。また、直交性を確認せよ。

$$\begin{pmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{pmatrix}$$

## 06-08 方程式を持つ平面のパラメータ表示

問 平面  $3x + 4y - 2z = 3$  のパラメータ表示を 1 つ答えなさい.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix}$$

## 06-09 法線ベクトルと平面の方程式

問  $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$  に垂直で点  $(1, 1, -2)$  を通る平面の方程式を求めよ.

$$x + 2y + 3z = -4$$

## 06-10 パラメータ表示を持つ平面の方程式

問 パラメータ表示  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  を持つ平面の  
方程式を求めよ.

$$x + 3y - 5z = -1$$



## 06-11 点と直線を含む平面の方程式

問 点  $(1, 2, 1)$  と直線  $\frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-2}{-2}$  を含む平面の方程式を求めよ.

$$x + 3y - 5z = 2$$

## 06-12 方程式を持つ平面の法線ベクトル

問 方程式  $2x + 3y - 4z = 2$  で与えられる平面の法線ベクトルを選べ