

# 線形代数 5.1.04 「連立 1 次方程式の解空間」

K. Yoshitomi

大阪府立大学

2017

この動画は培風館「理工系新課程 線形代数 基礎から応用まで」[改訂版]に準拠しています。  
スライドは <http://www.las.osakafu-u.ac.jp/~yositomi/slide/LA2-2017/> にあります。

## 部分空間としての平面

$$U = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mid 2x + 3y + 5z = 0 \right\} \subset \mathbb{R}^3$$

$$A = (2 \ 3 \ 5) \text{ とおくと } \Rightarrow U = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mid \boxed{\text{(1)}} \right\} \text{ とかける.}$$

$$u, v \in U \Rightarrow Au = Av = \mathbf{0}$$

$$w = u + v \Rightarrow Aw = \boxed{\text{(2)}} = \mathbf{0} \therefore u + v \in U$$

$$\text{同様に } w = cu \text{ とすると, } \boxed{\text{(3)}} \therefore cu \in U$$

i.e. 平面  $U$  は 1 つの 斉次1 次方程式の解からなる集合

$\Rightarrow$  「斉次連立 1 次方程式の解全体からなる集合」も部分空間

# 斉次連立 1 次方程式の解空間

$U$  :  $n \times m$  行列  $A$  を係数行列とする斉次連立 1 次方程式の解全体の集合

i.e.  $U = \left\{ x \in \boxed{\text{(4)}} \mid \boxed{\text{(5)}} \right\}$  は部分空間.

(証明)  $x, y \in U, c \in \mathbb{R}$  とする (勝手な要素).

$$Ax = Ay = \mathbf{0}$$

示すこと: ①  $x + y \in U$     ②  $cx \in U$

① :  $x + y \in U$  を示すには  $\boxed{\text{(6)}}$  を示せばよい.

$\boxed{\text{(7)}}$

② を示す. 同じく  $\boxed{\text{(8)}}$  を示せばよい.

$\boxed{\text{(9)}}$