線形代数 5.1.02
「ベクトル空間の例」

K. Yoshitomi

大阪府立大学

2017

この動画は培風館「理工系新課程 線形代数 基礎から応用まで」[改訂版] に準拠しています.

スライドは http://www.las.osakafu-u.ac.jp/~yositomi/slide/LA2-2017/ にあります.

さまざまなベクトル空間

- $\mathbb{R}^n$ … $\mathbb{R}^2$ や $\mathbb{R}^3$ は平面・空間のベクトル全体と思える
- $M(n, m; \mathbb{R})$ … 実数を成分とする $n \times m$ 行列の全体
- $\mathbb{R}[x]$ … 多項式全体：通常の和とスカラー倍（多項式の積は忘れる）
- $A(\mathbb{R})$ … (実) 数列全体
- $F(S, \mathbb{R})$ … 集合 S 上の実数値関数全体：

$$\begin{array}{lll} \text{和} & f+g : S \ni x \mapsto \boxed{(1)\qquad\qquad} & \in \mathbb{R} \\ \text{スカラー倍} & cf : S \ni x \mapsto \boxed{(2)\qquad\qquad} & \in \mathbb{R} \end{array}$$

$$\vdots$$

Q. 他にもどんな集合がベクトル空間になるか考えてみよう

特殊な例

Q. 正の実数全体 $\mathbb{R}^+$ の要素 x, y, $c \in \mathbb{R}$ に対し

和 $x + y$ を xy(積), スカラー倍 cx を x^c(べき乗)

で定義するとベクトル空間になる．確かめてみよう．

(3)

この問題は別紙に解答してスキャン提出でも構いません．

部分集合がベクトル空間になる例

ベクトル空間の部分集合が同じ演算でベクトル空間となる例

1．平面上の直線 $L = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \middle| \, x + 2y = 0 \right\} \subset \mathbb{R}^2$

2．2 次以下の多項式全体の集合 $P_2(\mathbb{R}) \subset P(\mathbb{R})$

$f(x), g(x)$ が 2 次以下 $\Rightarrow$ $f(x) + g(x)$ も $cf(x)$ も 2 次以下

ただし，丁度 2 次の多項式全体ではうまく行かない．

うまく行かない例:

(4)

注 全体で「8 つの法則」は成り立っていれば，部分集合でも成り立つ

次回 「部分空間」