

# 線形代数 I 「連立 1 次方程式と行列」

吉富 賢太郎

May 2, 2017

# 連立 1 次方程式と係数行列

## 連立 1 次方程式と係数行列

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 3 \cdots (1) \\ 3x + 2y - 3z = 5 \cdots (2) \end{cases}$$

## 連立 1 次方程式と係数行列

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 3 \cdots (1) \\ 3x + 2y - 3z = 5 \cdots (2) \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix} : \text{係数行列}$$

## 連立 1 次方程式と係数行列

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 3 \cdots (1) \\ 3x + 2y - 3z = 5 \cdots (2) \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix} : \text{係数行列}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & \vdots & 3 \\ 3 & 2 & -3 & \vdots & 5 \end{pmatrix} : \text{拡大係数行列 (点線は不要)}$$

## 連立 1 次方程式と係数行列

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 3 \cdots (1) \\ 3x + 2y - 3z = 5 \cdots (2) \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix} : \text{係数行列}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & \vdots & 3 \\ 3 & 2 & -3 & \vdots & 5 \end{pmatrix} : \text{拡大係数行列 (点線は不要)}$$

方程式を解く  $\Leftrightarrow$  (拡大) 係数行列を変形する

## 連立 1 次方程式と係数行列

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 3 \cdots (1) \\ 3x + 2y - 3z = 5 \cdots (2) \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix} : \text{係数行列}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & \vdots & 3 \\ 3 & 2 & -3 & \vdots & 5 \end{pmatrix} : \text{拡大係数行列 (点線は不要)}$$

方程式を解く  $\Leftrightarrow$  (拡大) 係数行列を変形する

$$(1) \ \& \ (2) \Leftrightarrow (1) \ \& \ "(2)+(1)\times 3"$$

## 連立 1 次方程式と係数行列

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 3 \cdots (1) \\ 3x + 2y - 3z = 5 \cdots (2) \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix} : \text{係数行列}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & \vdots & 3 \\ 3 & 2 & -3 & \vdots & 5 \end{pmatrix} : \text{拡大係数行列 (点線は不要)}$$

方程式を解く  $\Leftrightarrow$  (拡大) 係数行列を変形する

$$(1) \ \& \ (2) \Leftrightarrow (1) \ \& \ "(2)+(1)\times 3"$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & -3 & 5 \end{pmatrix}$$



## 連立 1 次方程式と係数行列

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 3 \cdots (1) \\ 3x + 2y - 3z = 5 \cdots (2) \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix} : \text{係数行列}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & \vdots & 3 \\ 3 & 2 & -3 & \vdots & 5 \end{pmatrix} : \text{拡大係数行列 (点線は不要)}$$

方程式を解く  $\Leftrightarrow$  (拡大) 係数行列を変形する

$$(1) \ \& \ (2) \Leftrightarrow (1) \ \& \ "(2)+(1)\times 3"$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & -3 & 5 \end{pmatrix} \downarrow_{\times 3} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 3 \\ 9 & 11 & 0 & 14 \end{pmatrix}$$

## 連立 1 次方程式と係数行列

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 3 \cdots (1) \\ 3x + 2y - 3z = 5 \cdots (2) \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix} : \text{係数行列}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & \vdots & 3 \\ 3 & 2 & -3 & \vdots & 5 \end{pmatrix} : \text{拡大係数行列 (点線は不要)}$$

方程式を解く  $\Leftrightarrow$  (拡大) 係数行列を変形する

$$(1) \ \& \ (2) \Leftrightarrow (1) \ \& \ "(2)+(1)\times 3"$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & -3 & 5 \end{pmatrix} \downarrow_{\times 3} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 3 \\ 9 & 11 & 0 & 14 \end{pmatrix}$$

基本変形

# 基本変形の例

## 基本変形の例

- ★ ある行にある行のスカラー倍を加える

## 基本変形の例

★ ある行にある行のスカラー倍を加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \end{pmatrix}$$

## 基本変形の例

★ ある行にある行のスカラー倍を加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{1 行目の } (-2) \text{ 倍を } 2 \text{ 行目に加える} \\ \longrightarrow \end{array}$$

## 基本変形の例

★ ある行にある行のスカラー倍を加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{1 行目の } (-2) \text{ 倍を 2 行目に加える}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

## 基本変形の例

★ ある行にある行のスカラー倍を加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{1 行目の } (-2) \text{ 倍を 2 行目に加える}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

★ ある行とある行を入れかえる



## 基本変形の例

★ ある行にある行のスカラー倍を加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{1 行目の } (-2) \text{ 倍を 2 行目に加える}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

★ ある行とある行を入れかえる

$$\begin{pmatrix} 5 & 9 & 14 & 22 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

## 基本変形の例

★ ある行にある行のスカラー倍を加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{1 行目の } (-2) \text{ 倍を 2 行目に加える}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

★ ある行とある行を入れかえる

$$\begin{pmatrix} 5 & 9 & 14 & 22 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{1 行目と 2 行目を入れかえる}}$$

## 基本変形の例

★ ある行にある行のスカラー倍を加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{1 行目の } (-2) \text{ 倍を 2 行目に加える}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

★ ある行とある行を入れかえる

$$\begin{pmatrix} 5 & 9 & 14 & 22 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{1 行目と 2 行目を入れかえる}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 9 & 14 & 22 \end{pmatrix}$$

## 基本変形の例

★ ある行にある行のスカラー倍を加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{1 行目の } (-2) \text{ 倍を 2 行目に加える}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

★ ある行とある行を入れかえる

$$\begin{pmatrix} 5 & 9 & 14 & 22 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{1 行目と 2 行目を入れかえる}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 9 & 14 & 22 \end{pmatrix}$$

★ ある行を (0 でない) 定数倍する

## 基本変形の例

★ ある行にある行のスカラー倍を加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{1 行目の } (-2) \text{ 倍を 2 行目に加える}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

★ ある行とある行を入れかえる

$$\begin{pmatrix} 5 & 9 & 14 & 22 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{1 行目と 2 行目を入れかえる}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 9 & 14 & 22 \end{pmatrix}$$

★ ある行を (0 でない) 定数倍する

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \end{pmatrix}$$

## 基本変形の例

★ ある行にある行のスカラー倍を加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{1 行目の } (-2) \text{ 倍を 2 行目に加える}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

★ ある行とある行を入れかえる

$$\begin{pmatrix} 5 & 9 & 14 & 22 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{1 行目と 2 行目を入れかえる}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 9 & 14 & 22 \end{pmatrix}$$

★ ある行を (0 でない) 定数倍する

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{2 行目を } 1/3 \text{ 倍する}}$$

## 基本変形の例

★ ある行にある行のスカラー倍を加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{1 行目の } (-2) \text{ 倍を 2 行目に加える}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

★ ある行とある行を入れかえる

$$\begin{pmatrix} 5 & 9 & 14 & 22 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{1 行目と 2 行目を入れかえる}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 9 & 14 & 22 \end{pmatrix}$$

★ ある行を (0 でない) 定数倍する

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{2 行目を } 1/3 \text{ 倍する}} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$