線形代数 I 「1 次変換」

吉冨 賢太郎

April 17, 2017

平面の 1 次変換

平面の 1 次変換

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix} \qquad a, b, c, d \text{ 定数}$$

平面の 1 次変換

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix} \qquad a, b, c, d \text{ 定数}$$

例.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix} : \ y = x \text{ についての対称移動}$$

平面の 1 次変換

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix} \qquad a, b, c, d \text{ 定数}$$

例.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix} : \ y = x \text{ についての対称移動}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix} : \ x \text{ 軸への正射影}$$

平面の 1 次変換

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix}$$ a, b, c, d 定数

例.

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix}$: $y = x$ についての対称移動

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$: x 軸への正射影

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} -y \\ x \end{pmatrix}$: 90 度回転

平面の 1 次変換

$$f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2\quad\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\mapsto\begin{pmatrix}ax+by\\cx+dy\end{pmatrix}$$ a, b, c, d 定数

例.

$$\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\mapsto\begin{pmatrix}y\\x\end{pmatrix}$$ ： $y=x$ についての対称移動

$$\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\mapsto\begin{pmatrix}x\\0\end{pmatrix}$$ ： x 軸への正射影

$$\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\mapsto\begin{pmatrix}-y\\x\end{pmatrix}$$ ： 90 度回転

$$\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\mapsto\begin{pmatrix}\cos\theta\,x-\sin\theta\,y\\\sin\theta\,x+\cos\theta\,y\end{pmatrix}$$ ： θ 度回転

cf. $(\cos\theta+i\sin\theta)(x+iy)$

$=(\cos\theta x-\sin\theta y)+i(\sin\theta x+\cos\theta y)$