2005 年度　線形数学 II　演習問題 (1)

1. 次のベクトルは 1 次独立か？もし 1 次従属ならば $\square\boldsymbol{a}+\square\boldsymbol{b}+\square\boldsymbol{c}=\boldsymbol{0}$ となる係数を求めよ。

   (a) $\boldsymbol{a}=\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}, \boldsymbol{b}=\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix}, \boldsymbol{c}=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$

   (b) $\boldsymbol{a}=\begin{pmatrix}-1\\1\\8\end{pmatrix}, \boldsymbol{b}=\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}, \boldsymbol{c}=\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}$

   (c) $\boldsymbol{a}=\begin{pmatrix}2\\3\\5\end{pmatrix}, \boldsymbol{b}=\begin{pmatrix}3\\1\\-1\end{pmatrix}, \boldsymbol{c}=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$

   (d) $\boldsymbol{a}=\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}, \boldsymbol{b}=\begin{pmatrix}-1\\6\\-2\end{pmatrix}, \boldsymbol{c}=\begin{pmatrix}1\\4\\2\end{pmatrix}$

   (e) $\boldsymbol{a}=\begin{pmatrix}1\\5\\1\end{pmatrix}, \boldsymbol{b}=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}, \boldsymbol{c}=\begin{pmatrix}1\\-5\\1\end{pmatrix}$

2. V を x を変数とする 2 次以下の 1 変数実数係数多項式全体のなすベクトル空間とする。次に与える V のベクトル f, g, h は 1 次独立か？もし 1 次従属ならば $\square\, f+\square\, g+\square\, h=0$ となる係数を求めよ。

   (a) $f=x^2+2x+1,\ g=2x^2+x,\ h=x^2+x+1$
   (b) $f=2x^2+4x-2,\ g=5x^2+2x+1,\ h=-7x^2+2x-5$
   (c) $f=2x-1,\ g=6x^2+3,\ h=5x^2+x+2$
   (d) $f=3x^2+1,\ g=x^2+2x+3,\ h=2x$
   (e) $f=x^2-1,\ g=x^2-x,\ h=x-1$

3. V を次のベクトルによって生成される $\mathbb{R}^3$ の部分ベクトル空間とするとき, V の次元と基底をもとめよ。

   (a) $\boldsymbol{a}=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix},\ \boldsymbol{b}=\begin{pmatrix}4\\5\\6\end{pmatrix},\ \boldsymbol{c}=\begin{pmatrix}7\\8\\9\end{pmatrix}$

   (b) $\boldsymbol{a}=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix},\ \boldsymbol{b}=\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix},\ \boldsymbol{c}=\begin{pmatrix}1\\1\\3\end{pmatrix}$

   (c) $\boldsymbol{a}=\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix},\ \boldsymbol{b}=\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix},\ \boldsymbol{c}=\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}$

   (d) $\boldsymbol{a}=\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix},\ \boldsymbol{b}=\begin{pmatrix}2\\2\\-2\end{pmatrix},\ \boldsymbol{c}=\begin{pmatrix}-1\\-1\\1\end{pmatrix}$

   (e) $\boldsymbol{a}=\begin{pmatrix}1\\1\\7\end{pmatrix},\ \boldsymbol{b}=\begin{pmatrix}1\\-1\\-1\end{pmatrix},\ \boldsymbol{c}=\begin{pmatrix}2\\-1\\3\end{pmatrix}$