2005年度 微積分学 II 演習問題 (6)

1. テイラーの定理を用いて、次の関数 f(x,y) の (0,0) における 2 次近似を求めよ。

$$(1) \quad f(x,y) = e^{x+y^2}$$

(2)
$$f(x,y) = \log(1 - x - y)$$

(3)
$$f(x,y) = \frac{1}{1-x-y}$$

2. 次の関数 f(x,y) の (0,0) における 4 次近似を求めよ。

$$(1) \quad f(x,y) = \sin(x+y)$$

$$(2) \quad f(x,y) = \cos xy$$

(3)
$$f(x,y) = \sin x \cos y$$

$$(4) f(x,y) = \cos\left(x + y + \frac{\pi}{4}\right)$$

(5)
$$f(x,y) = \frac{1}{1-x-y^2}$$

(6)
$$f(x,y) = \log(1 - \cos(x+y))$$

ヒント: $t \to 0$ において、 $\sin t = 1 - \frac{t^3}{3!} + o(t^4)$ 、 $\cos t = 1 - \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} - o(t^4)$ 、 $\frac{1}{1-t} = 1 + t + t^2 + t^4 + o(t^4)$ 、 $\log(1-t) = t + \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + \frac{t^4}{4} + o(t^4)$ となることを使うと比較的簡単に求められる。